

ЗАТВЕРДЖУЮ

Проректор з науково-педагогічної роботи

В.Л. Шаран

Підпис

20__ р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Вибрані розділи диференціальних рівнянь

Галузь знань: 11 Математика і статистика

Спеціальність: 111 Математика

Освітня програма: Математика

Статус дисципліни: обов'язкова

Навчально-науковий інститут фізики, математики, економіки та інноваційних технологій

Кафедра: математики

Мова навчання: українська

Дані про вивчення дисципліни:

Форма навчання	Курс	Семестр	Загальний обсяг дисципліни	Кількість годин						Курсова робота	Вид семестрового контролю	
				Аудиторні заняття					Самостійна робота		Залік	Екзамен
			Кредити ЄКТС	Разом	Лекції	Лабораторні роботи	Практичні заняття	Семінарські заняття				
Денна	1	1	120 (4)	46	16	–	30		74	–	-	+

Робоча програма складена на основі освітньої програми та навчального плану підготовки третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти (240 кредитів ЄКТС).

Розробник:

Шепарович Ірина Богданівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент

Погоджено керівником групи забезпечення спеціальності:

Дільний В. М., док. фіз.-мат. наук, доцент

Схвалено на засіданні кафедри математики.

Протокол № 7 від 18.06. 2019 р.

Завідувач кафедри Винницький Б. В., док. фіз.-мат. наук, професор

Підпис

Ініціали та прізвище

Схвалено на засіданні науково-методичної ради навчально-наукового інституту фізики, математики, економіки та інноваційних технологій

Протокол № ____ від _____ 2019 р.

Схвалено на засіданні науково-методичної ради університету.

Протокол № ____ від _____ 2019 р.

1. МЕТА ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Мета навчальної дисципліни – оволодіння методами дослідження лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами та суміжних математичних проблем.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є властивості розв'язків лінійних диференціальних рівнянь з мероморфними коефіцієнтами та суміжні проблеми.

В результаті вивчення дисципліни здобувач повинен оволодіти наступними компетентностями:

- здатність до аналітичного, критичного та креативного мислення;
- здатність використовувати набутий особистісно-професійний досвід для розв'язання наукових і фахових завдань;
- здатність до аналізу міждисциплінарних явищ і процесів; реалізації власного аксіологічного, наукового і творчого потенціалу.
- здатність до застосування методів наукового пізнання;
- здатність застосовувати міждисциплінарні підходи при критичному осмисленні математичних проблем;
- здатність до розвитку нових та удосконалення існуючих математичних методів аналізу, моделювання, прогнозування, розв'язування нових проблем у нових галузях знань; – здатність формулювати наукову проблему, робочі гіпотези досліджуваної проблеми, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань;
- здатність користуватися сучасними методами дослідження диференціальних рівнянь;
- здатність застосовувати сучасні методи комплексного аналізу до досліджень в сучасній математиці.

Програмні результати навчання:

- знати праці провідних вчених, наукові школи та фундаментальні праці у галузі досліджуваної проблеми;
- знати та розуміти фундаментальні і прикладні аспекти відповідних розділів математики;
- вміти відтворювати знання фундаментальних розділів математики в обсязі, необхідному для володіння математичним апаратом відповідної галузі знань і використання математичних методів у обраній професії;
- вміти формулювати робочі гіпотези досліджуваної проблеми, які мають розширювати і поглиблювати стан наукових досліджень в обраній сфері;

2. ПЕРЕДУМОВИ ДЛЯ ВИВЧЕННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння основами функціонального аналізу та основами комплексного аналізу

3. ОЧІКУВАНІ РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Здобувачі вищої освіти повинні

Знати:

- основні властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя;
- оцінки логарифмічної похідної мероморфних функції та характеристики Р. Неванлінни мероморфних функцій;
- умови існування фундаментальної системи голоморфних розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку;
- властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами;
- методи отримання асимптотичних оцінок розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

Уміти:

- встановлювати властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя;
- встановлювати властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами;

- встановлювати асимптотичні оцінки розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

4. КРИТЕРІЇ ОЦІНЮВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

Оцінювання здійснюється за шкалами оцінювання: стобальною, національною і ЄКТС.

А (90 – 100) – оцінка «відмінно» – «5» (*відмінне виконання лише з незначною кількістю помилок*): отримує здобувач, який виявив глибокі знання навчального матеріалу, повно відтворює програмний матеріал, що міститься в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах; вміє формулювати задачу, яка розглядається; визначати мету і завдання дослідження; складати план розв'язання і вносити до нього зміни; будувати одну або декілька робочих гіпотез дослідження певної задачі; описати методи і методику дослідження; використовувати аналогії; використовувати попередні знання, які необхідні для розв'язання даної задачі; ілюструвати теоретичні положення конкретними прикладами.

Знає: основні властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя; оцінки логарифмічної похідної мероморфних функцій та характеристики Р. Неванлінни мероморфних функцій; умови існування фундаментальної системи голоморфних розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку; властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами; методи отримання асимптотичних оцінок розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

Вміє: встановлювати властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя; встановлювати властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами; встановлювати асимптотичні оцінки розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

Виконав усі види навчальної роботи.

В (82 – 89) – оцінка «добре» – «4» (*вище середнього рівня з кількома помилками*): отримує здобувач, який виявив глибокі знання навчального матеріалу, повно відтворює програмний матеріал, що міститься в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах, проте допускає незначні неточності в їх інтерпретації; вміє формулювати задачу, яка розглядається; визначати мету і завдання дослідження; складати план розв'язання і вносити до нього зміни; будувати одну або декілька робочих гіпотез дослідження певної задачі; описати методи і методику дослідження; використовувати аналогії; використовувати попередні знання, які необхідні для розв'язання даної задачі; ілюструвати теоретичні положення конкретними прикладами.

Знає: основні властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя; оцінки логарифмічної похідної мероморфних функцій та характеристики Р. Неванлінни мероморфних функцій; умови існування фундаментальної системи голоморфних розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку; властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами; методи отримання асимптотичних оцінок розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

Вміє: встановлювати властивості функцій Бесселя і рівняння Бесселя; встановлювати властивості послідовностей нулів розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами; встановлювати асимптотичні оцінки розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

Виконав усі види навчальної роботи.

С (75 – 81) – оцінка «добре» – «4» (*в цілому правильне виконання з певною кількістю суттєвих помилок*): отримує здобувач, який виявив міцні знання навчального матеріалу, відтворює програмний матеріал, що міститься в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах, але допускає певні (суттєві) неточності; вміє формулювати задачу, яка розглядається; визначати мету і завдання дослідження; складати план розв'язання і вносити до нього зміни; будувати одну або декілька робочих гіпотез дослідження певної задачі; описати методи і методику дослідження; використовувати аналогії; використовувати попередні знання, які необхідні для розв'язання даної задачі; встановлювати зв'язки з іншими навчальними дисциплінами; ілюструвати теоретичні положення конкретними прикладами; геометрично тлумачити певні алгоритмічні поняття; добре

володіє теоретичним і практичним матеріалом (зокрема, знає методи отримання асимптотичних оцінок; властивості функцій Бесселя; оцінки логарифмічної похідної мероморфних функцій та характеристики Р. Неванлінни мероморфних функцій; методи отримання асимптотичних оцінок розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами); виконав усі види навчальної роботи.

D (67 – 74) – оцінка «задовільно» – «3» (*непогано, але зі значною кількістю недоліків*): отримує здобувач, який виявив недостатньо міцні знання навчального матеріалу, з певними труднощами відтворює програмний матеріал, рідко звертається до матеріалів, що містяться в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах; не достатньо орієнтується в теоретичних питаннях даного курсу; уміє визначати мету і завдання дослідження; складати план розв'язання і вносити до нього зміни; будувати одну або декілька робочих гіпотез дослідження певної задачі; недостатньо глибоко орієнтується в теоретичних питаннях та вміє застосовувати їх до розв'язання практичних задач з деякими помилками; виконав усі види навчальної роботи.

E (60 – 66) – оцінка «задовільно» – «3» (*виконання задовольняє мінімальним критеріям*): отримує здобувач, який виявив слабкі знання навчального матеріалу, важко відтворює програмний матеріал, зовсім не спирається на матеріали, що містяться в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах; слабо орієнтується в основних питаннях теорії, допускає суттєві неточності; рідко спирається на раніше отримані знання; за сторонньої допомоги здатен застосувати теоретичні положення до розв'язання практичних задач; виконав більшість із запропонованих видів навчальної роботи.

FX (35 – 59) – оцінка «незадовільно» – «2» (*з можливістю повторного складання*): виставляється здобувачеві вищої освіти, який виявив незнання значної частини навчального матеріалу, допускає суттєві помилки у відповідях на запитання, не вміє застосувати теоретичні положення під час розв'язання практичних задач, не спирається на матеріали, що містяться в основних і додаткових рекомендованих літературних джерелах; не орієнтується в теоретичних питаннях даного курсу; не може застосувати раніше набуті знання під час розв'язання.

F (0 – 34) – оцінка «незадовільно» – «2»: виставляється здобувачеві, який зовсім не володіє програмним матеріалом, що ускладнює орієнтацію в теоретико-методологічних засадах організації практичного дослідження та можливості його проведення; не виконав усіх видів навчальної роботи.

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ РЕЗУЛЬТАТІВ НАВЧАННЯ

- колоквіум (співбесіда з лектором) – перевірка знань основних теоретичних положень проводиться наприкінці вивчення;
- контрольна робота;
- захист індивідуального навчально-дослідного завдання.

Співбесіда з лектором проводиться наприкінці вивчення кожного змістовного модуля за наперед оголошеним розкладом і є перевіркою знань основних теоретичних положень. На співбесіді з лектором (колоквіумі) здобувач повинен відповісти на чотири-сім питань. Контрольна робота включає теоретичні питання і практичні завдання. Індивідуальні навчально-дослідні завдання з предмету полягають в розв'язанні типових практичних завдань та у підготовці реферату. Кількість балів, що виставляється за навчально-дослідне завдання, враховує ступінь розкриття теми, використання достатньої кількості джерел та літератури з теми, правильність розв'язання практичних завдань.

6. ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Розділ 1. Спеціальні функції.

Означення гамма-функції. Рекурентні співвідношення для гамма-функції. Асимптотичні оцінки, пов'язані з гамма-функцією. Визначені інтеграли, пов'язані з гамма-функцією. Логарифмічна похідна гамма-функції. Формула Стірлінга. Бета-функція та її властивості. Представлення деяких визначених інтегралів через бета-функцію. Зображення гамма-функції і бета-функції у вигляді контурних інтегралів. Рівняння Бесселя. Функції Бесселя та їх властивості. Рекурентні співвідношення для функцій Бесселя. Функції Бесселя напівцілого порядку. Інтеграли функцій

Бесселя. Нулі функцій Бесселя. Ряди Фур'є-Бесселя. Інтеграл Бесселя. Інтеграл Пуассона. Асимптотичне зображення функцій Бесселя. Апроксимаційні властивості систем функцій Бесселя.

Розділ 2. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку з мероморфними коефіцієнтами. Мероморфні функції. Характеристики Неванлінни. Оцінки логарифмічної похідної. Асимптотичні оцінки розв'язків. Умови існування фундаментальної системи мероморфних розв'язків. Умови існування фундаментальної системи цілих розв'язків. Побудова диференціальних рівнянь, розв'язки яких мають задану послідовність нулів.

Орієнтовна тематика практичних занять

1. Основні властивості гамма-функції, бета-функції
2. Асимптотичні оцінки, пов'язані з гамма-функцією.
3. Функції Бесселя 1-го роду та їх властивості.
4. Функції Бесселя напівцілого порядку.
5. Рекурентні співвідношення для функцій Бесселя.
6. Інтеграли функцій Бесселя.
7. Нулі функцій Бесселя.
8. Ряди Фур'є-Бесселя.
9. Характеристики Неванлінни мероморфних функцій.
10. Логарифмічна похідна.
11. Асимптотичні оцінки розв'язків.
12. Умови обмеженості розв'язків
13. Умови існування фундаментальної системи мероморфних розв'язків.
14. Умови існування фундаментальної системи цілих розв'язків.
15. Побудова диференціальних рівнянь, розв'язки яких мають задану послідовність нулів.

Індивідуальні навчально-дослідні завдання з предмету – це частина навчального матеріалу з дисципліни, що має на меті поглибити, узагальнити та закріпити отримані здобувачем знання у процесі навчання, а також застосування цих знань на практиці. Індивідуальні навчально-дослідні завдання з предмету полягають в розв'язанні типових практичних завдань та у підготовці реферату. Кількість балів, що виставляється за навчально-дослідне завдання, враховує ступінь розкриття теми, використання достатньої кількості джерел та літератури з теми, правильність розв'язання практичних завдань. **Орієнтовна тематика рефератів.** 1. Оцінка логарифмічної похідної мероморфних функцій. 2. Характеристики зростання мероморфних функцій. 3. Особливі точки розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами. 4. Асимптотика розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами. 4. Нулі розв'язків лінійних диференціальних рівнянь другого порядку з мероморфними коефіцієнтами.

7. ЗАВДАННЯ ДЛЯ САМОСТІЙНОЇ РОБОТИ

Завдання для самостійної передбачають опрацювання відповідного теоретичного матеріалу з рекомендованих джерел інформації, підготовку до екзамену, практичних занять, контрольних робіт та виконання і захист навчально-дослідних завдань.

8. ФОРМИ ПОТОЧНОГО ТА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ

Поточний контроль знань студентів проходить у формі колоквіумів (співбесіди лектором з приводу знань основних положень теорії), написання контрольних робіт, захисту індивідуальних навчально-дослідних завдань. Співбесіда з лектором проводиться в кінці семестру за наперед оголошеним розкладом. На співбесіді з лектором (колоквіумі) здобувач повинен відповісти на чотири питання (мак. по 5 б. кожне). Кількість балів, що виставляється за навчально-дослідне

індивідуальне завдання, враховує ступінь розкриття теми, використання достатньої кількості джерел та літератури з теми, правильність розв'язання практичних завдань. Контрольна робота (60 б мак.) включає теоретичні питання і практичні завдання.

Поточний контроль 100 балів. Розподіл 100 балів між видами робіт:

Письмова контрольна робота	Індивідуальне завдання	Колоквіум (співбесіда з лектором)
60 балів	20 балів	20 балів

Екзамен **100 балів.**

Сумарна кількість балів з дисципліни знаходиться за формулою $S_{\text{сум}} = 0,6 \cdot S_{\text{пот}} + 0,4 \cdot S_{\text{нідс}}$, де $S_{\text{пот}}$ – кількість балів за поточний контроль $S_{\text{нідс}}$ – кількість балів за підсумковий контроль (екзамен).

Т.2 і К проводиться у письмовій формі за 100-бальною шкалою.

9. РЕКОМЕНДОВАНІ ДЖЕРЕЛА ІНФОРМАЦІЇ

Основні

1. Айнс Э.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – Харьков: ОНТИ, 1939. – 720с.
2. Латышева К.Я., Терещенко Н.И. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений и их приложения (метод Фробениуса – Латышевой). – К.: Ин-т матем. УССР, 1970. – 396с.
3. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. – М.: Наука, 1981. – 384с.
4. Смирнов В.И. Курс высшей математики. – М.: Физматгиз, 1953. – Т.3, Ч.2. – 676с.
5. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. – М.: ИЛ., 1962. – 352с.
6. Сансоне Дж. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: ИЛ., 1953. – Т.1. – 346с.
7. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений. – М. – Л.: ГИТТЛ, 1941. – 398с.
8. Гольдберг А.А., Островский И.В. Распределение значений мероморфных функций / А.А. Гольдберг, И.В. Островский – М.: Наука, 1970. – 592 с.
9. Петренко Д. // Рост мероморфных функций. —Х.,: Вища школа, Изд-во при Харьк. ун-те, 1978. — 136 с.
10. Вазов В. Асимптотические разложения решений обыкновенных дифференциальных уравнений. —М.: Мир, 1968. — 464 с.
11. Ольвер Ф. Асимптотика и специальные функции М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.— 1990,— 528 с —
12. Ватсон Г.Н. Теория Бесселевых функций. – М.: ИЛ., 1949. – Т.1. – 787с.
13. Laine I. Nevanlinna Theory and Complex Differential Equations. Berlin; New York, 1993.

Додаткові

1. Л.Шварц Анализ: В 2-х т. / М.: Мир, 1972. – Т. 1. – 824 с.; Т. 2. – 528 с.
2. Г.Г. Харди, Дж. Е, Литтльвуд, Г. Полиа. Неравенства. М.: Изд-во иностр. лит., 1948. – 456 с.
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций: В 2-х т. / А.И. Маркушевич – М.: Наука, 1968. – Т. 1. – 321 с.; Т. 2. – 628 с.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат – М.: Наука, 1973. – 471 с.
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1981. – 512 с.
6. Штрелич Ш. И. Асимптотические свойства аналитических решений дифференциальных уравнений. — Вильнюс: Минтис, 1972. —473 с.
7. М.А. Евграфов. Асимптотические оценки и целые функции М.: Наука, 1968. – 320 с.

8. Heittokangas J. *Solutions of $f'' + A(z)f = 0$ in the unit disk having Blaschke sequences as the zeros* // Computational Methods and Function Theory. – 2005. – V.5, №1. – P.49–63.
14. Heittokangas J. *On complex differential equations in the unit disk* // Ann. Acad. Sci. Fenn. Math. Diss. – 2000. – V.122. – 54 p.
15. Šeda V. ~ On some properties of solutions of the differential equation $y'' = Q(z)y$, where $Q(z) \not\equiv 0$ is an entire function // Acta F.R.N. Univ. Comen. Mathem.– 1959. – Vol.4. – P.223–253.
16. J. Heittokangas, I. Laine, Solutions of $f'' + A(z)f = 0$ with prescribed sequences of zeros, Acta Math. Univ. Comenianae, 74 (2005), №2, 287–307.
17. S. Bank, A note on the zero-sequences of solutions of linear differential equations, Results in Mathematics, 13 (1988), 1–10. J. Gr'ohn, J. Heittokangas, New findings on Bank-Sauer approach in oscillatory theory, Constr. Approx., 35 (2012), 345–361.
18. G.G. Gundersen, Estimates for the logarithmic derivative of a meromorphic function plus similar estimates, J. Lond. Math. Soc., (1) 37 (1988), 88–104.